# MÉMO D'ACTUARIAT

# FORMULES ACTUARIELLES SUR 1 TETE

## PROBABILITES

$l_x$ = Nombre de vivants d'une table de mortalité

$l_x^*$ = Nombre de vivants corrigés d'une table de mortalité prise à $h\%$

$l_0^* = l_0$

$$l_x^* = l_{x-1}^* \cdot \left(1 - \left[\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}.h\right]_{\in[0,1]}\right)$$

---

Nombre de décès entre l'âge $x$ et $x+1$

| | |
|---|---|
| $d_x$ | $d_x = l_x^* - l_{x+1}^*$ |

---

Probabilité de décèder entre l'âge $x$ et $x+t$

| | |
|---|---|
| $q_x$ | $q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}.h$ <br> $q_x = \frac{l_x^* - l_{x+1}^*}{l_x^*}$ <br> $q_x = \frac{d_x}{l_x^*}$ |
| ${}_t q_x$ | ${}_t q_x = \frac{l_x^* - l_{x+t}^*}{l_x^*}$ |

---

Probabilité de survivre entre l'âge $x$ et $x+t$

| | |
|---|---|
| $p_x$ | $p_x = 1 - q_x$ <br> $p_x = 1 - \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}.h$ <br> $p_x = \frac{l_{x+1}^*}{l_x^*}$ |
| ${}_t p_x$ | ${}_t p_x = \frac{l_{x+t}^*}{l_x^*}$ <br> ${}_t p_x = p_x . p_{x+1} . p_{x+2} .... p_{x+t-1}$ |
| ${}_{t+t'} p_x$ | ${}_{t+t'} p_x = {}_t p_x . {}_{t'} p_{x+t}$ |

---

---

$${}_t p_x = 1 - {}_t q_x$$

---

## COMMUTATIONS

| | |
|---|---|
| $D_x$ | $D_x = l_x^*.v^x$ |
| $N_x$ | $N_x = \sum_{k=0}^{w-x} l_x^*.v^{x+k}$<br>$N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k} = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \ldots + D_w$ |
| $S_x$ | $S_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1).l_x^*.v^{x+k}$<br>$S_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1).D_{x+k} = D_x + 2D_{x+1} + 3D_{x+2} + \ldots + (w-x+1)D_w$<br>$S_x = \sum_{k=0}^{w-x} N_{x+k} = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \ldots + N_w$ |
| $C_x$ | $C_x = (l_x^* - l_{x+1}^*).v^{x+\frac{1}{2}}$<br>$C_x = d_x.v^{x+\frac{1}{2}}$ |
| $M_x$ | $M_x = \sum_{k=0}^{w-x} (l_{x+k}^* - l_{x+k+1}^*).v^{x+k+\frac{1}{2}}$<br>$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} d_{x+k}.v^{x+k+\frac{1}{2}}$<br>$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k} = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_w$ |
| $R_x$ | $R_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1).(l_{x+k}^* - l_{x+k+1}^*).v^{x+k+\frac{1}{2}}$<br>$R_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1).d_{x+k}.v^{x+k+\frac{1}{2}}$<br>$R_x = \sum_{k=0}^{w-x} (k+1).C_{x+k} = C_x + 2C_{x+1} + 3C_{x+2} + \ldots + (w-x+1)C_w$<br>$R_x = \sum_{k=0}^{w-x} M_{x+k} = M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \ldots + M_w$ |

$$D_x = N_x - N_{x+1}$$
$$N_x = S_x - S_{x+1}$$

$$C_x = M_x - M_{x+1}$$
$$M_x = R_x - R_{x+1}$$

## CAPITAL DIFFÉRÉ

Capital différé payable en cas de vie après n années

${}_nE_x$

$${}_nE_x = \frac{l^*_{x+n}}{l^*_x}.(1+i)^{-n}$$

$${}_nE_x = {}_np_x.v^n$$

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

## RENTE VIAGERE PAYABLE A TERMES ECHUS

Rente viagère payable à termes échus

$a_x$

$$a_x = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k}$$

$$a_x = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k p_x.v^k = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k E_x$$

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

Rente viagère, payable à termes échus, différée de $s$ années

${}_{s|}a_x$

$$_{s|}a_x = \sum_{k=1}^{w-(x+s)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)}$$

$$_{s|}a_x = {}_s p_x.v^s. \sum_{k=1}^{w-(x+s)} {}_k p_{x+s}.v^k = {}_s E_x. \sum_{k=1}^{w-(x+s)} {}_k p_{x+s}.v^k$$

$$_{s|}a_x = \frac{N_{x+s+1}}{D_x}$$

$$_{s|}a_x = {}_s E_x.a_{x+s}$$

Rente viagère, payable à termes échus, temporaire de $n$ années

${}_{|n}a_x$

$$_{|n}a_x = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k}$$

$$_{|n}a_x = \sum_{k=1}^{n} {}_k p_x.v^k = \sum_{k=1}^{n} {}_k E_x$$

$$_{|n}a_x = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

Rente viagère, payable à termes échus, temporaire de $n$ années et différée de $s$ années

${}_{s|n}a_x$

$$_{s|n}a_x = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} = \frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}.\sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_{x+s}}.(1+i)^{-k}$$

$$_{s|n}a_x = {}_s p_x.v^s.\sum_{k=1}^{n} {}_k p_{x+s}.v^k = {}_s E_x.\sum_{k=1}^{n} {}_k p_{x+s}.v^k$$

$$_{s|n}a_x = \frac{N_{x+s+1} - N_{x+s+n+1}}{D_x}$$

$$_{s|n}a_x = {}_s E_x.{}_{|n}a_{x+s}$$

$$a_x = \ddot{a}_x - 1$$

$$a_x = {}_{|n}a_x + {}_{n|}a_x$$

## RENTE VIAGERE PAYABLE A TERMES ECHUS PLUSIEURS FOIS DANS L'ANNEE

Rente viagère payable $m$ fois dans l'année à termes échus

$a_x^{(m)}$

$$a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k} + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k p_x . v^k + \frac{m-1}{2m} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k E_x + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_x^{(m)} = \frac{N_{x+1}}{D_x} + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_x^{(m)} = a_x + \frac{m-1}{2m} = \ddot{a}_x^{(m)} - \frac{1}{m}$$

Rente viagère différée de $s$ années payable $m$ fois dans l'année, à termes échus

${}_{s|}a_x^{(m)}$

$${}_{s|}a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-(x+s)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} + \frac{m-1}{2m}.\frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}$$

$${}_{s|}a_x^{(m)} = {}_s p_x . v^s . \sum_{k=1}^{w-(x+s)} {}_k p_{x+s} . v^k + {}_s p_x . v^s . \frac{m-1}{2m} = {}_s E_x . \left( \sum_{k=1}^{w-(x+s)} {}_k E_{x+s} + \frac{m-1}{2m} \right)$$

$${}_{s|}a_x^{(m)} = \frac{N_{x+s+1}}{D_x} + \frac{m-1}{2m}.\frac{D_{x+s}}{D_x}$$

$${}_{s|}a_x^{(m)} = {}_{s|}a_x + \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x$$

Rente viagère payable $m$ fois dans l'année, à termes échus pendant $n$ années

${}_{|n}a_x^{(m)}$

$${}_{|n}a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k} + \frac{m-1}{2m}.\left( 1 - \frac{l^*_{x+n}}{l^*_x}.(1+i)^{-n} \right)$$

$${}_{|n}a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{n} {}_k p_x . v^k + \frac{m-1}{2m}.(1 - {}_n p_x . v^n) = \sum_{k=1}^{n} {}_k E_x + \frac{m-1}{2m}.(1 - {}_n E_x)$$

$${}_{|n}a_x^{(m)} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} + \frac{m-1}{2m}.\left( 1 - \frac{D_{x+n}}{D_x} \right)$$

$${}_{|n}a_x^{(m)} = {}_{|n}a_x + \frac{m-1}{2m}.(1 - {}_n E_x)$$

Rente viagère différée de $s$ années payable $m$ fois dans l'année à termes échus pendant $n$ années

${}_{s|n}a_x^{(m)}$

$${}_{s|n}a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} + \frac{m-1}{2m}.\frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}.\left( 1 - \frac{l^*_{x+n+s}}{l^*_{x+s}}.(1+i)^{-n} \right)$$

$${}_{s|n}a_x^{(m)} = {}_s p_x . v^s . \sum_{k=1}^{n} {}_k p_{x+s} . v^k + \frac{m-1}{2m}.{}_s p_x . v^s . (1 - {}_n p_{x+s} . v^n)$$

$${}_{s|n}a_x^{(m)} = {}_s E_x . \sum_{k=1}^{n} {}_k E_x . v^k + \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x . (1 - {}_n E_{x+s})$$

$${}_{s|n}a_x^{(m)} = \frac{N_{x+s+1} - N_{x+s+n+1}}{D_x} + \frac{m-1}{2m}.\frac{D_{x+s}}{D_x}.\left( 1 - \frac{D_{x+s+n}}{D_{x+s}} \right)$$

$${}_{s|n}a_x^{(m)} = {}_s E_x . {}_{|n}a_{x+s}^{(m)} = {}_{s|n}a_x + \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x . (1 - {}_n E_{x+s})$$

## RENTE VIAGERE A TERMES PAYABLE D'AVANCE

Rente viagère à termes payable d'avance

$\ddot{a}_x$

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k}$$

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} {}_k p_x.v^k = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} {}_k E_x$$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

Rente viagère à termes payable d'avance différée de $s$ années

${}_{s|}\ddot{a}_x$

$$ {}_{s|}\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)}$$

$$ {}_{s|}\ddot{a}_x = {}_s p_x.v^s.\sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} {}_k p_{x+s}.v^k = {}_s E_x.\sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} {}_k p_{x+s}.v^k$$

$$ {}_{s|}\ddot{a}_x = \frac{N_{x+s}}{D_x}$$

$$ {}_{s|}\ddot{a}_x = {}_s E_x.\ddot{a}_{x+s}$$

Rente viagère à termes payable d'avance temporaire de $n$ années

${}_{|n}\ddot{a}_x$

$$ {}_{|n}\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k}$$

$$ {}_{|n}\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_x.v^k = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k E_x$$

$$ {}_{|n}\ddot{a}_x = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Rente viagère à termes payable d'avance temporaire de $n$ années et différée de $s$ années

${}_{s|n}\ddot{a}_x$

$$ {}_{s|n}\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} = \frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}.\sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_{x+s}}.(1+i)^{-k}$$

$$ {}_{s|n}\ddot{a}_x = {}_s p_x.v^s.\sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_{x+s}.v^k = {}_s E_x.\sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_{x+s}.v^k$$

$$ {}_{s|n}\ddot{a}_x = \frac{N_{x+s} - N_{x+s+n}}{D_x}$$

$$ {}_{s|n}\ddot{a}_x = {}_s E_x.{}_{|n}\ddot{a}_{x+s}$$

$$\ddot{a}_x = a_x + 1$$

$$\ddot{a}_x = {}_{|n}\ddot{a}_x + {}_{n|}\ddot{a}_x$$

## RENTE VIAGERE A TERMES PAYABLE D'AVANCE PLUSIEURS FOIS DANS L'ANNEE

Rente viagère à termes payable d'avance $m$ fois dans l'année

$\ddot{a}_x^{(m)}$

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k} - \frac{m-1}{2m}$$

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} {}_k p_x . v^k - \frac{m-1}{2m} = \sum_{k=0}^{w-(x+1)} {}_k E_x - \frac{m-1}{2m}$$

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_x}{D_x} - \frac{m-1}{2m}$$

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m} = a_x^{(m)} + \frac{1}{m}$$

Rente viagère, différée de $s$ années, à termes payable d'avance $m$ fois dans l'année

${}_{s|}\ddot{a}_x^{(m)}$

$${}_{s|}\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} - \frac{m-1}{2m}.\frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}$$

$${}_{s|}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_s p_x . v^s . \sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} {}_k p_{x+s} . v^k - {}_s p_x . v^s . \frac{m-1}{2m} = {}_s E_x . \left( \sum_{k=0}^{w-(x+s+1)} {}_k E_{x+s} - \frac{m-1}{2m} \right)$$

$${}_{s|}\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_{x+s}}{D_x} - \frac{m-1}{2m}.\frac{D_{x+s}}{D_x}$$

$${}_{s|}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_{s|}\ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x$$

Rente viagère à termes payable d'avance $m$ fois dans l'année pendant $n$ années

${}_{|n}\ddot{a}_x^{(m)}$

$${}_{|n}\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-k} - \frac{m-1}{2m}.\left(1 - \frac{l^*_{x+n}}{l^*_x}.(1+i)^{-n}\right)$$

$${}_{|n}\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_x . v^k - \frac{m-1}{2m}.\left(1 - {}_n p_x . v^n\right) = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k E_x - \frac{m-1}{2m}.\left(1 - {}_n E_x\right)$$

$${}_{|n}\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2m}.\left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$$

$${}_{|n}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_{|n}\ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}.\left(1 - {}_n E_x\right)$$

Rente viagère, différée de $s$ années, à termes payable d'avance $m$ fois dans l'année pendant $n$ années

${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)}$

$${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.(1+i)^{-(k+s)} - \frac{m-1}{2m}.\frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}.\left(1 - \frac{l^*_{x+n+s}}{l^*_{x+s}}.(1+i)^{-n}\right)$$

$${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_s p_x . v^s \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_{x+s} . v^k - \frac{m-1}{2m}.{}_s p_x . v^s .\left(1 - {}_n p_{x+s} . v^n\right)$$

$${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_s E_x . \sum_{k=0}^{n-1} {}_k E_{x+s} - \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x .\left(1 - {}_n E_{x+s}\right)$$

$${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{N_{x+s} - N_{x+s+n}}{D_x} - \frac{m-1}{2m}.\frac{D_{x+s}}{D_x}.\left(1 - \frac{D_{x+s+n}}{D_{x+s}}\right)$$

$${}_{s|n}\ddot{a}_x^{(m)} = {}_s E_x . {}_{|n}\ddot{a}_{x+s}^{(m)} = {}_{s|n}\ddot{a}_x - \frac{m-1}{2m}.{}_s E_x .\left(1 - {}_n E_{x+s}\right)$$

## ASSURANCE DÉCÈS

### Vie entière au décès

$A_x$

$$A_x = \sum_{k=0}^{w-x} \frac{l^*_{x+k} - l^*_{x+k+1}}{l^*_x} . (1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$A_x = \sum_{k=0}^{w-x} {}_k p_x . q_{x+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

### Vie entière au décès à effet différé de $s$ années

${}_{s|}A_x$

$$_{s|}A_x = \sum_{k=0}^{w} \frac{l^*_{x+s+k} - l^*_{x+s+k+1}}{l^*_x} . (1+i)^{-\left(k+s+\frac{1}{2}\right)}$$

$$_{s|}A_x = {}_s p_x . v^s \sum_{k=0}^{w} {}_k p_{x+s} . q_{x+s+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$_{s|}A_x = \frac{M_{x+s}}{D_x}$$

$$_{s|}A_x = {}_s E_x . A_{x+n}$$

### Assurance décès temporaire de $n$ années

${}_{|n}A_x$

$$_{|n}A_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+k} - l^*_{x+k+1}}{l^*_x} . (1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$_{|n}A_x = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_x . q_{x+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$_{|n}A_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$_{|n}A_x = A_x - {}_{n|}A_x$$

### Assurance décès temporaire de $n$ années et différé de $s$ années

${}_{s|n}A_x$

$$_{s|n}A_x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{l^*_{x+s+k} - l^*_{x+s+k+1}}{l^*_x} . (1+i)^{-\left(k+s+\frac{1}{2}\right)}$$

$$_{s|n}A_x = {}_s p_x . v^s \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_{x+s} . q_{x+s+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$_{s|n}A_x = \frac{M_{x+s} - M_{x+s+n}}{D_x}$$

$$_{s|n}A_x = {}_s E_x . {}_{|n}A_{x+s}$$

## ASSURANCE DECES A CAPITAL VARIABLE CROISSANT EN PROGRESSION ARITHMETIQUE

Vie entiere au décès a capital croissant en progession arithmétique

$(IA)_x$

$$(IA)_x = \sum_{k=0}^{w} (k+1).\frac{l^*_{x+k} - l^*_{x+k+1}}{l^*_x}.(1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$(IA)_x = \sum_{k=0}^{w} (k+1).{}_k p_x . q_{x+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$(IA)_x = \frac{R_x}{D_x}$$

Vie entiere au décès a capital croissant en progession arithmétique

${}_{s|}(IA)_x$

$${}_{s|}(IA)_x = \sum_{k=0}^{w} (k+1).\frac{l^*_{x+s+k} - l^*_{x+s+k+1}}{l^*_x}.(1+i)^{-\left(k+s+\frac{1}{2}\right)}$$

$${}_{s|}(IA)_x = {}_s p_x . v^s \sum_{k=0}^{w} (k+1).{}_k p_{x+s} . q_{x+s+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$${}_{s|}(IA)_x = \frac{R_{x+s}}{D_x}$$

$${}_{s|}(IA)_x = {}_s E_x . (IA)_{x+s}$$

Assurance décès temporaire de $n$ années a capital croissant en progession arithmétique

${}_{|n}(IA)_x$

$${}_{|n}(IA)_x = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1).\frac{l^*_{x+k} - l^*_{x+k+1}}{l^*_x}.(1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$${}_{|n}(IA)_x = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1).{}_k p_x . q_{x+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$${}_{|n}(IA)_x = \frac{R_x - R_{x+n} - n.M_{x+n}}{D_x}$$

Assurance décès temporaire de $n$ années et differe de $s$ années a capital croissant en progession arithmétique

${}_{s|n}(IA)_x$

$${}_{s|n}(IA)_x = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1).\frac{l^*_{x+s+k} - l^*_{x+s+k+1}}{l^*_x}.(1+i)^{-\left(k+s+\frac{1}{2}\right)}$$

$${}_{s|n}(IA)_x = {}_s p_x . v^s \sum_{k=0}^{n-1} (k+1).{}_k p_{x+s} . q_{x+s+k} . v^{k+\frac{1}{2}}$$

$${}_{s|n}(IA)_x = \frac{R_{x+s} - R_{x+s+n} - n.M_{x+s+n}}{D_x}$$

$${}_{s|n}(IA)_x = {}_s E_x \cdot {}_{|n}(IA)_{x+s}$$

$$(IA)_x \neq {}_{|n}(IA)_x + {}_{n|}(IA)_x \quad \text{mais} \quad (IA)_x = {}_{|n}(IA)_x + {}_{n|}(IA)_x + n.{}_{n|}A_x$$

## ASSURANCE DECES A CAPITAL VARIABLE DECROISSANT EN PROGRESSION ARITHMETIQUE

Assurance décès temporaire de $n$ années à capital décroissant en progession arithmétique

$_{|n}(DA)_x$

$$_{|n}(DA)_x = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k).\frac{l^*_{x+k} - l^*_{x+k+1}}{l^*_x}.(1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$_{|n}(DA)_x = \sum_{k=0}^{n-1}(n-k)._k p_x.q_{x+k}.v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$_{|n}(DA)_x = \frac{R_{x+n+1} - R_{x+1} + n.M_x}{D_x}$$

$$_{|n}(DA)_x = (n+1)._{|n}A_x - _{|n}(IA)_x$$

Assurance décès temporaire de $n$ années et differe de $s$ années à capital décroissant en progession arithmétique

$_{s|n}(DA)_x$

$$_{s|n}(DA)_x = \frac{l^*_{x+s}}{l^*_x}.(1+i)^{-s}.\sum_{k=0}^{n-1}(n-k).\frac{l^*_{x+s+k} - l^*_{x+s+k+1}}{l^*_{x+s}}.(1+i)^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)}$$

$$_{s|n}(DA)_x = _s p_x.v^s.\sum_{k=0}^{n-1}(n-k)._k p_{x+s}.q_{x+s+k}.v^{k+\frac{1}{2}}$$

$$_{s|n}(DA)_x = \frac{R_{x+s+n+1} - R_{xs++1} + n.M_{x+s}}{D_x}$$

# FORMULES ACTUARIELLES SUR 2 TETES

## PROBABILITES

$$l_{xy} = l_x^*.l_y^*$$

Probabilité de survie d'un groupe de deux têtes au premier décès

${}_t p_{xy}$

$${}_t p_{xy} = \frac{l_{x+t}^*.l_{y+t}^*}{l_x^*.l_y^*}$$

$${}_t p_{xy} = {}_t p_x \cdot {}_t p_y$$

Probabilité de décès d'un groupe de deux têtes au premier décès

${}_t q_{xy}$

$${}_t q_{xy} = 1 - \frac{l_{x+t}^*.l_{y+t}^*}{l_x^*.l_y^*}$$

$${}_t q_{xy} = 1 - {}_t p_x \cdot {}_t p_y = 1 - {}_t p_{xy}$$

Probabilité de survie d'un groupe de deux têtes au dernier décès

${}_t p_{\overline{xy}}$

$${}_t p_{\overline{xy}} = \frac{l_{x+t}^*}{l_x^*} + \frac{l_{y+t}^*}{l_y^*} - \frac{l_{x+t}^*.l_{y+t}^*}{l_x^*.l_y^*}$$

$${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{xy}$$

Probabilité de décès d'un groupe de deux têtes au dernier décès

${}_t q_{\overline{xy}}$

$${}_t q_{\overline{xy}} = 1 - \frac{l_{x+t}^*}{l_x^*} - \frac{l_{y+t}^*}{l_y^*} + \frac{l_{x+t}^*.l_{y+t}^*}{l_x^*.l_y^*}$$

$${}_t q_{\overline{xy}} = 1 - {}_t p_x - {}_t p_y + {}_t p_{xy}$$

## CAPITAL DIFFERE

Capital différé payable en cas de vie de $x$ <u>ou</u> $y$ après n années

${}_nE_{xy}$

$$ {}_nE_{xy} = \frac{l^*_{x+n}.l^*_{y+n}}{l^*_x.l^*_y}.v^n $$

$$ {}_nE_{xy} = {}_np_{xy}.v^n $$

Capital différé payable en cas de vie de $x$ <u>et</u> $y$ après n années

${}_nE_{\overline{xy}}$

$$ {}_nE_{\overline{xy}} = \left[\frac{l^*_{x+n}}{l^*_x} + \frac{l^*_{y+n}}{l^*_y} - \frac{l^*_{x+n}.l^*_{y+n}}{l^*_x.l^*_y}\right].v^n $$

$$ {}_nE_{\overline{xy}} = \left[{}_np_x + {}_np_y - {}_np_{xy}\right].v^n $$

$$ {}_nE_{\overline{xy}} = {}_nE_x + {}_nE_y - {}_nE_{xy} $$

## RENTE VIAGERE PAYABLE A TERMES ECHUS

Rente viagère payable à termes échus

$a_{\overline{xy}}$

$$a_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.v^k + \sum_{k=1}^{w-y} \frac{l^*_{y+k}}{l^*_y}.v^k - \sum_{k=1}^{w-\max(x,y)} \frac{l^*_{x+k}.l^*_{y+k}}{l^*_x.l^*_y}.v^k$$

$$a_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k p_x.v^k + \sum_{k=1}^{w-y} {}_k p_y.v^k - \sum_{k=1}^{w-\max(x,y)} {}_k p_{xy}.v^k$$

$$a_{\overline{xy}} = a_x + a_y - a_{xy}$$

Rente viagère, payable à termes échus, différée de $s$ années

${}_{s|}a_{\overline{xy}}$

$$ {}_{s|}a_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{w-(x+s)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.v^k + \sum_{k=1}^{w-(y+s)} \frac{l^*_{y+s+k}}{l^*_y}.v^k - \sum_{k=1}^{w-\max(x+s,y+s)} \frac{l^*_{x+s+k}.l^*_{y+s+k}}{l^*_x.l^*_y}.v^k$$

$$ {}_{s|}a_{\overline{xy}} =$$

Rente viagère, payable à termes échus, temporaire de $n$ années

${}_{|n}a_{\overline{xy}}$

$$ {}_{|n}a_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x}.v^k + \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{y+k}}{l^*_y}.v^k - \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k}.l^*_{y+k}}{l^*_x.l^*_y}.v^k$$

$$ {}_{|n}a_{\overline{xy}} =$$

Rente viagère, payable à termes échus, temporaire de $n$ années et différée de $s$ années

${}_{s|n}a_{\overline{xy}}$

$$ {}_{s|n}a_{\overline{xy}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x}.v^k + \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{y+s+k}}{l^*_y}.v^k - \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}.l^*_{y+s+k}}{l^*_x.l^*_y}.v^k$$

$$ {}_{s|n}a_{\overline{xy}} =$$

## RENTE VIAGERE PAYABLE A TERMES ECHUS PLUSIEURS FOIS DANS L'ANNEE

$a_{\overline{xy}}^{(m)}$

$$a_{\overline{xy}}^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k p_x . v^k + \sum_{k=1}^{w-y} {}_k p_y . v^k - \sum_{k=1}^{w-\max(x,y)} {}_k p_{xy} . v^k + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_{\overline{xy}}^{(m)} = a_x^{(m)} + a_y^{(m)} - a_{xy}^{(m)}$$

${}_{s|}a_{\overline{xy}}^{(m)}$

$$ {}_{s|}a_{\overline{xy}}^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-(x+s)} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x} . v^k + \sum_{k=1}^{w-(y+s)} \frac{l^*_{y+s+k}}{l^*_y} . v^k - \sum_{k=1}^{w-\max(x+s,y+s)} \frac{l^*_{x+s+k} . l^*_{y+s+k}}{l^*_x . l^*_y} . v^k + \frac{m-1}{2m} . \left[ \frac{l^*_{x+s}}{l^*_x} + \frac{l^*_{y+s}}{l^*_y} - \frac{l^*_{x+s} . l^*_{y+s}}{l^*_x . l^*_y} \right] . v^s$$

${}_{|n}a_{\overline{xy}}^{(m)}$

$$ {}_{|n}a_{\overline{xy}}^{(m)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k}}{l^*_x} . v^k + \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{y+k}}{l^*_y} . v^k - \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+k} . l^*_{y+k}}{l^*_x . l^*_y} . v^k + \frac{m-1}{2m} . \left[ 1 - \left( \frac{l^*_{x+n}}{l^*_x} + \frac{l^*_{y+n}}{l^*_y} - \frac{l^*_{x+n} . l^*_{y+n}}{l^*_x . l^*_y} \right) . v^n \right]$$

${}_{s|n}a_{\overline{xy}}^{(m)}$

$$ {}_{s|n}a_{\overline{xy}}^{(m)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k}}{l^*_x} . v^k + \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{y+s+k}}{l^*_y} . v^k - \sum_{k=1}^{n} \frac{l^*_{x+s+k} . l^*_{y+s+k}}{l^*_x . l^*_y} . v^k + \frac{m-1}{2m} . \left( \frac{l^*_{x+s}}{l^*_x} + \frac{l^*_{y+s}}{l^*_y} - \frac{l^*_{x+s} . l^*_{y+s}}{l^*_x . l^*_y} \right) . v^s . \left[ 1 - \left( \frac{l^*_{x+n+s}}{l^*_{x+s}} + \frac{l^*_{y+n+s}}{l^*_{y+s}} - \frac{l^*_{x+n+s} . l^*_{y+n+s}}{l^*_{x+s} . l^*_{y+s}} \right) . v^n \right]$$

# ANNEXES

## NOTATION

$i =$ taux d'interet technique annuel

$v^k = (1+i)^{-k}$

$x =$ âge

$n =$ durée

$s =$ différé

$m =$ nombre de paiments dans l'année

## RENTE FINANCIERE CERTAINE

Annuité certaine payable à termes échus pendant n années

${}_{|n}a$

$${}_{|n}a = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-v^n}{i}$$

Annuité certaine payable d'avance pendant n années

${}_{|n}\ddot{a}$

$${}_{|n}\ddot{a} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}.(1+i) = \frac{1-v^n}{i}.(1+i)$$

Annuité certaine payable à termes échus m fois dans l'année pendant n années

${}_{|n.m}a^{(m)}$

$${}_{|n.m}a^{(m)} = \frac{1-v^n}{(1+i)^{\frac{1}{m}}-1}$$

Annuité certaine payable d'avance m fois dans l'année pendant n années

${}_{|n.m}\ddot{a}^{(m)}$

$${}_{|n.m}\ddot{a}^{(m)} = \frac{1-v^n}{1-v^{\frac{1}{m}}}$$